ÁLGEBRA LINEAR - LISTA 4: RESPOSTAS

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

Exercícios

Exercício 1. É transformação linear?

(a) Não
(b) Não
(c) Sim
(d) Sim
(e) Não
(f) Não
(g) Sim
(h) Não
(i) Sim
(j) Sim
(k) Sim
(l) Sim
(m) Não
(n) Sim
(o) Não
(p) Sim
(q) Sim

Exercício 2. Provar Axiomas I e II de espaço vetorial para $T(V')$ e $T^{-1}(W')$.

Exercício 3. Existe. Observe que $u_3 = u_1 - 3u_2$. Daí deve valer que $T(u_3) = T(u_1) - 3T(u_2)$.

Exercício 4. (c) e (d) feitos em sala. Os outros se resolvem de modo análogo.

(a) ...
(b) $T(x,y) = (y, \frac{x}{2} - y)$
(c) $T(at+b) = (\frac{a}{2}, \frac{a}{2} - 3b)$
(d)

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = (a + 6c - 2d, -c + d)$$

Exercício 5. Tem várias soluções... Lembrar do teorema do núcleo e imagem para estudar a dimenção deles. Uma solução é:

(a) $T(x,y,z) = (x+y, 2y, -x+2y)$
(b) $T(x,y,z) = (x+z, y, 0)$
(c) Verdadeiro

Exercício 6. (a) Como T é linear:

$$\sum_{i=1}^{n} a_i v_i = 0 \Longrightarrow \sum_{i=1}^{n} a_i T(v_i) = 0$$

(b) Segue de (a).

Exercício 7. (a) $T(T(u)) = T(0) = 0$

(b) $T(v) \in Im(T)$ para todo $v \in V$.

Exercício 8.

$$T(x,y) = (x - y, 2x - 2y)$$

Exercício 9. Feito em sala.

Exercício 10. Se $N(T) = \{0\}$, T é injetora e, pelo exercício 19, sobrejetora.

Exercício 11. (a) $(\Longleftarrow)$

$$T(v) \in N(T), \forall v \in V \Longrightarrow T(T(v)) = 0$$

(b) $(\Longrightarrow)$

$$T(T(v)) = 0 \Longrightarrow T(v) \in N(T)$$

Exercício 12. $N(T) = \{(0,0)\}$.

Exercício 13. $T(at + c, bt + d) = tT(a,b) + T(c,d)$.

Exercício 14. Não. Teorema do Núcleo e Imagem.

Exercício 15. Calcule:

(a) Núcleo:

$$T\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

(b) Imagem: Use teorema do núcleo e imagem para encontrar dimensão da imagem, ...

Exercício 16. Início igual ao ex. 4...

Exercício 17. Semelhante ao ex. 5... Existe mais de uma solução.

Exercício 18. ...

Exercício 19. Feito em sala.

Exercício 20. (a)

$$T \neq 0 \Longrightarrow \dim Im(T) \geq 1$$

(b) Considere $T(x_1, \ldots, x_n) = a_1x_1 + \cdots + a_nx_n$. $H = N(T)$.

Exercício 21. Em (a) e (b) construa transformação linear levando coordenadas "que definem" A nas coordenadas de $\mathbb{R}^?$. Mostre que tal transformação é bijetora.

(a) $A = (a_{ij})$ é simétrica se $a_{ij} = a_{ji}$. Observe que A fica definida por a_{ij} com $j \geq i$.

(b) $A = (a_{ij})$ é simétrica se $a_{ij} = -a_{ji}$. Observe que A fica definida por a_{ij} com $j > i$ (diagonal é nula).

(c) Encontre núcleo e imagem para verificar se é bijetora.

Exercício 22. Observe que $f(x) = ax$ para $a \in \mathbb{R}$ fixado.

Exercício 23. (a) Não. $\dim W = 3$. $p(t) = (t+1)(at^2 + bt + c)$

(b) Não. $\dim W = 3$. $p(t) = (t+1)(at^2 + bt + c)$

Exercício 24. Feito em sala.