Lista 9 - Errata

1 — (12) Encontre a equação dos planos que contem a reta r e são tangentes a esfera S:

$$r : \frac{x+6}{2} = y+3 = z+1$$

e $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4z + 4 = 0$.

O Exercício 12 está com problema... Verifique que a reta r intersecta a esfera S.

2 — (12-2) Encontre a equação dos planos que contem a reta r e são tangentes a esfera S:

$$r : \frac{x}{-1} = y+1 = \frac{z}{3}$$

e $S : x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 4z + 4 = 0$.

2 (12-2)

Complete quadrado e obtenha $S : (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$. Seja $C = (2, -1, 2)$.

Observe que $A = (0, -1, 0)$ e $B = (-1, 0, 3)$ pertencem a r. Logo se o plano π os contém temos $r \subset \pi$.

Seja $\pi : ax + by + cz + d = 0$. Consideraremos três equações:

1. $A \in \pi$: $-b + d = 0$;

2. $B \in \pi$: $-a + 3c + d = 0$;

3. $d(C, \pi) = \sqrt{5}$:

$$\frac{|2a - b + 2c + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{5}.$$

Use (1) em (3), multiplique em cruz e eleve ao quadrado para obter:

$$(2a + 2c)^2 = 5(a^2 + b^2 + c^2).$$

Observe que se $a \neq 0$ na equação de π poderíamos ter multiplicado tal equação por $\frac{1}{a}$ de modo que o coeficiente de x fosse 1. Assim, tome arbitrariamente $a = 1$.

Resolva o sistema:

$$\begin{cases} a = 1 \\ -b + d = 0 \\ -a + 3c + d = 0 \\ (2a + 2c)^2 = 5(a^2 + b^2 + c^2) \end{cases}$$

por substituição para encontrar b, c, d.

Note que $b = 1 - 3c$. *Daí a última equação fica:*

$$(2 + 2c)^2 = 5(1 + (1 - 3c)^2 + c^2)$$