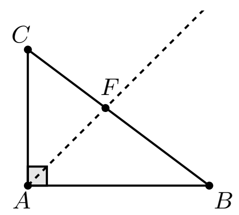
GEOMETRIA ANALÍTICA: PROVA 1
TURMA A1 (TIPO 2)

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

Exercícios

Exercício 1. Considere o triângulo retângulo $\triangle ABC$ com $\|\overrightarrow{AB}\| = 8$, $\|\overrightarrow{AC}\| = 6$ e $\|\overrightarrow{BC}\| = 10$:



Seja F o ponto de intersecção da bissetriz do ângulo $\hat{A}$ com o lado BC do triângulo. Se $\mathbf{u} = \overrightarrow{AB}$ e $\mathbf{v} = \overrightarrow{AC}$, escreva o vetor $\overrightarrow{AF}$ em função de $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$.

Resolução:

$$\overrightarrow{AF} = \lambda\left(\frac{\mathbf{u}}{8} + \frac{\mathbf{v}}{6}\right)$$

(Ver Exemplo 1.14 das Notas de Aula.)

$$\overrightarrow{BF} = \theta(\mathbf{v} - \mathbf{u})$$
$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$$

Conclusão:

$$\overrightarrow{AF} = \frac{3}{7}\mathbf{u} + \frac{4}{7}\mathbf{v}.$$

Exercício 2. Num sistema de coordenadas cartesiano, seja $\mathbf{u} = (0, 1, 2)$. Determine $\mathbf{v}$ sabendo que $\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} = 3$ e $\mathbf{v} \times \mathbf{u} = (-1, 2, -1)$.

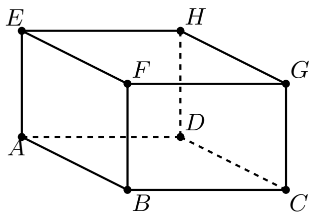
Resolução:
Seja $\mathbf{v} = (x, y, z)$.

$$\mathbf{v} \times \mathbf{u} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (2y - z, -2x, x) = (-1, 2, -1)$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} = y + 2z = 3$$

Conclusão: $\mathbf{v} = \left(-1, \frac{1}{5}, \frac{7}{5}\right)$.

Exercício 3. Considere o paralelepípedo representado na figura abaixo.



Sejam $\mathbf{u} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{v} = \overrightarrow{AG}$ e $\mathbf{w} = \overrightarrow{AF}$. Represente os vetores abaixo como combinação linear de $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$:

(a) $\mathbf{a} = \overrightarrow{DF}$;

(b) $\mathbf{b} = \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{GE}$.

Resolução:

$\overrightarrow{AB} = \mathbf{u}$, $\overrightarrow{AE} = \mathbf{w} - \mathbf{u}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{v} - \mathbf{w}$.

(a) $\mathbf{a} = \overrightarrow{DF} = -\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = -\mathbf{v} + 2\mathbf{w}$;

(b) $\mathbf{b} = \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{CE} = -2\mathbf{u} - \mathbf{v} + 2\mathbf{w}$.

Exercício 4. Fixada uma base vetores no espaço, sejam $\mathbf{a} = (1, m, m+1)$, $\mathbf{b} = (1, 0, m)$ e $\mathbf{c} = (m, 0, 2m)$. Determine m de modo que os vetores $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ sejam coplanares.

Resolução:

$$\begin{vmatrix} 1 & m & m+1 \\ 1 & 0 & m \\ m & 0 & 2m \end{vmatrix} = -m^2(2-m) = 0$$

Conclusão: $m = 0$ ou $m = 2$.