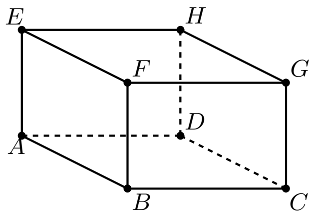
GEOMETRIA ANALÍTICA: PROVA 1
TURMA A1

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

Exercícios

Exercício 1. Considere o paralelepípedo representado na figura abaixo.

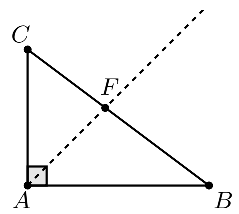


Sejam $\mathbf{u} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{v} = \overrightarrow{AG}$ e $\mathbf{w} = \overrightarrow{AF}$. Represente os vetores abaixo como combinação linear de $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ e $\mathbf{w}$:

(a) $\mathbf{a} = \overrightarrow{CE}$;
(b) $\mathbf{b} = \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{EA}$.

Resolução:
$\overrightarrow{AB} = \mathbf{u}$, $\overrightarrow{AE} = \mathbf{w} - \mathbf{u}$, $\overrightarrow{AD} = \mathbf{v} - \mathbf{w}$.
(a) $\mathbf{a} = \overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = -2\mathbf{u} - \mathbf{v} + 2\mathbf{w}$;
(b) $\mathbf{b} = \overrightarrow{HF} + \overrightarrow{EA} = (-\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}) + (-\overrightarrow{AE}) = 2\mathbf{u} - \mathbf{v}$.

Exercício 2. Considere o triângulo retângulo $\triangle ABC$ com $\|\overrightarrow{AB}\| = 4$, $\|\overrightarrow{AC}\| = 3$ e $\|\overrightarrow{BC}\| = 5$:



Seja F o ponto de intersecção da bissetriz do ângulo $\hat{A}$ com o lado BC do triângulo. Se $\mathbf{u} = \overrightarrow{AB}$ e $\mathbf{v} = \overrightarrow{AC}$, escreva o vetor $\overrightarrow{AF}$ em função de $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$.

Resolução:

$$\overrightarrow{AF} = \lambda\left(\frac{\mathbf{u}}{4} + \frac{\mathbf{v}}{3}\right)$$

(Ver Exemplo 1.14 das Notas de Aula.)

$$\overrightarrow{BF} = \theta(\mathbf{v} - \mathbf{u})$$
$$\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BF}$$

Conclusão:

$$\overrightarrow{AF} = \frac{3}{7}\mathbf{u} + \frac{4}{7}\mathbf{v}.$$

Exercício 3. Fixada uma base vetores no espaço, sejam $\mathbf{a} = (m, 1, m+1)$, $\mathbf{b} = (0, 1, m)$ e $\mathbf{c} = (0, m, 2m)$. Determine m de modo que os vetores $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ sejam coplanares.

Resolução:

$$\begin{vmatrix} m & 1 & m+1 \\ 0 & 1 & m \\ 0 & m & 2m \end{vmatrix} = m^2(2-m) = 0$$

Conclusão: $m = 0$ ou $m = 2$.

Exercício 4. Num sistema de coordenadas cartesiano, seja $\mathbf{u} = (1, 0, 2)$. Determine $\mathbf{v}$ sabendo que $\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} = 3$ e $\mathbf{v} \times \mathbf{u} = (2, -1, -1)$.

Resolução:
Seja $\mathbf{v} = (x, y, z)$.

$$\mathbf{v} \times \mathbf{u} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ x & y & z \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = (2y, z - 2x, -y) = (2, -1, -1)$$

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{u} = x + 2z = 3$$

Conclusão: $\mathbf{v} = (1, 1, 1)$.