

GEOMETRIA ANALÍTICA: PROVA 2
TURMA A1 (TIPO I)

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

IMPORTANTE:

- Escolham 4 das 5 questões abaixo, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- **Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de número 1 a 4.** Nesse caso, o exercício 5, mesmo que corretamente resolvido, será completamente ignorado durante a correção desta prova.
- Considere cartesianos os sistemas de coordenada usados nos exercícios dessa prova.
- Boa Prova!

EXERCÍCIOS

Exercício 1. Encontre a equação do círculo contendo os pontos $A = (2, 2)$, $B = (4, -2)$ e $C = (-5, 1)$, identificando seu raio e centro.

Resolução:

Usando que A, B, C pertencem a $\gamma : x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ temos:

$$\begin{cases} 8 + 2a + 2b + c = 0 \\ 20 + 4a - 2b + c = 0 \\ 26 - 5a + b + c = 0 \end{cases}$$

Daí $a = 2$, $b = 4$ e $c = -20$. Completando quadrado temos $\gamma : (x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$. Logo $C = (-1, -2)$ e $R = 5$.

Exercício 2. (a) Encontre equações paramétricas da reta:

$$r : \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x - 2y + 3z = 5 \end{cases}$$

(b) Mostre que r está contida no plano $\pi : -x + y + 5z = 4$.

Resolução: (a) Tome por exemplo $x = t$. Segue:

$$r : \begin{cases} x = t \\ y = t - 1 \\ z = 1 \end{cases}$$

(b) Observe que $A = (0, -1, 1)$ e $B = (1, 0, 1)$ que pertencem a r ($t = 0$ e $t = 1$) satisfazem a equação do plano.

Exercício 3. Encontre a equação geral do plano π perpendicular ao plano $\pi' : x + 2y - 2z = 3$ contendo a reta

$$r : \begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$$

Resolução:

$\pi : X = (3, 1, 0) + t(1, 2, -2) + s(2, 0, 1)$. Logo $\pi : 2x - 5y - 4z - 1 = 0$.

Exercício 4. Identifique a cônica, determine seus vértices, focos, medida dos eixos, assíntotas no caso de hipérbolas e reta diretriz no caso de parábola:

- (a) $-7y^2 = 16x$;
 (b) $3x^2 - 2y^2 = 5$.

Resolução: (a) Parábola de parâmetro $p = 4/7$, com vértice $V = (0, 0)$, foco $F = (-4/7, 0)$ e diretriz $d : x = 4/7$.
 (b) Hipérbole com $a = \sqrt{5/3}$, $b = \sqrt{5/2}$ e $c = 5/\sqrt{6}$. Focos $(\pm 5/\sqrt{6}, 0)$, vértices $(\pm\sqrt{5/3}, 0)$ e assíntotas $y = \pm\sqrt{3/2}x$.

Exercício 5. Parametrize usando um sistema de coordenadas cartesianas a região limitada pelo quadrilátero de vértices $A = (1, 0)$, $B = (5, 0)$, $C = (8, 3)$, $D = (2, 3)$. Descreva tal região usando desigualdades e a notação de integral que descreve a área do quadrilátero.

Resolução:

$R = R_1 \cup R_2 \cup R_3$ onde:

$$R_1 = \begin{cases} 1 \leq x \leq 2 \\ 0 \leq y \leq 3x - 3 \end{cases}$$

$$R_2 = \begin{cases} 2 \leq x \leq 5 \\ 0 \leq y \leq 3 \end{cases}$$

$$R_3 = \begin{cases} 5 \leq x \leq 8 \\ x - 5 \leq y \leq 3 \end{cases}$$

e:

$$A_R = \int_1^2 \int_0^{3x-3} dydx + \int_2^5 \int_0^3 dydx + \int_5^8 \int_{x-5}^3 dydx$$

Ou:

$$R = \begin{cases} 0 \leq y \leq 3 \\ y/3 + 1 \leq x \leq y + 5 \end{cases}$$

e:

$$A_R = \int_0^3 \int_{y/3+1}^{y+5} dx dy.$$