GEOMETRIA ANALÍTICA: PROVA 2
TURMA B1 (TIPO I)

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

IMPORTANTE:

- Escolham 4 das 5 questões abaixo, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- **Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de número** 1 **a** 4**.** Nesse caso, o exercício 5, mesmo que corretamente resolvido, será completamente ignorado durante a correção desta prova.
- Considere cartesianos os sistemas de coordenada usados nos exercícios dessa prova.
- Boa Prova!

Exercícios

Exercício 1. Encontre as equações na forma simétrica da reta r perpendicular ao plano $\pi : x - 2y + 3z = 2\sqrt{5}$ contendo o ponto $P = (1, 0, 2)$.

Resolução:
$r : X = (1, 0, 2) + t(1, -2, 3)$, donde:

$$r : x - 1 = \frac{y}{-2} = \frac{z-2}{3}.$$

Exercício 2. Determine a equação geral do plano π paralelo a reta $r : X = (2, -2, 1) + t(1, 2, 0)$ contendo a reta $s : x - 1 = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.

Resolução:
$\pi : X = (1, -2, 1) + t(1, 2, 0) + s(1, 3, 2)$, donde temos $\pi : 4x - 2y + z = 9$.

Exercício 3. Encontre a equação do círculo de centro $C = (-1, 3)$ tangente a reta $r : x + y + 2 = 0$.

Resolução:
$R = d(C, r) = 2\sqrt{2}$. Logo $\gamma : (x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 8$.

Exercício 4. Identifique a cônica, determine seus vértices, focos, medida dos eixos, assíntotas no caso de hipérboles e reta diretriz no caso de parábola:

(a) $-x^2 + 2y^2 = 6$;

(b) $3x^2 + 2y^2 = 5$.

Resolução: (a) Hipérbole com $a = \sqrt{3}$, $b = \sqrt{6}$ e $c = 3$. Focos $(0, \pm 3)$, vértices $(0, \pm\sqrt{3})$ e assíntotas $y = \pm\sqrt{2}x$.

(b) Elipse com $a = \sqrt{5/2}$, $b = \sqrt{5/3}$ e $c = \sqrt{5/6}$. Focos $(0, \pm\sqrt{5/6})$, eixo maior A_1A_2 com $A_1 = (0, \sqrt{5/2})$ e $A_2 = (0, -\sqrt{5/2})$, e eixo menor B_1B_2 com $B_1 = (\sqrt{5/3}, 0)$ e $B_2 = (-\sqrt{5/3}, 0)$.

Exercício 5. Esboce a região R do plano cuja área é dada por:

$$A_R = \int_0^2 \int_{\sqrt{4-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} dydx + \int_2^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} dydx$$

.

Resolução:
Região de anel circular descrita na figura: