GEOMETRIA ANALÍTICA: PROVA SUBSTITUTIVA
TURMA A1 (TIPO I)

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

IMPORTANTE:

- Escolham 4 das 6 questões abaixo, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- **Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de número** 1 **a** 4.
- Considere cartesianos os sistemas de coordenada usados nos exercícios 3 à 6 dessa prova.
- Boa Prova!

Exercícios

Exercício 1. Considere um tetraedro (pirâmide de base triangular) $ABCD$, e R e S tais que $\overrightarrow{BR} = 3\overrightarrow{RD}$ e $4\overrightarrow{CS} = \overrightarrow{SD}$. Escreva como combinação linear de $\mathbf{u} = \overrightarrow{AB}$, $\mathbf{v} = \overrightarrow{AC}$ e $\mathbf{w} = \overrightarrow{AD}$ os vetores:

(a) $\mathbf{a} = \overrightarrow{AR}$;

(b) $\mathbf{b} = \overrightarrow{RS}$.

Exercício 2. Mostre que as diagonais de um paralelogramo têm mesma medida se e somente se o paralelogramo é um retângulo. Isto é, mostre que, para um paralelogramo $ABCD$ vale:

$$||\overrightarrow{AC}|| = ||\overrightarrow{BD}|| \iff \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$$

Exercício 3. Uma elipse $\mathcal{E}$ tem centro na origem e um de seus vértices sobre a reta focal é $(0,3)$. Se a elipse passa pelo ponto $\left(2\sqrt{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$, determine a equação da elipse, seus vértices e focos.

[ERRATA: "Uma elipse $\mathcal{E}$ tem ... um de seus vértices em $(0,3)$.´´]

As contas levam a elipse $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ *que tem focos no eixo* Ox.

Exercício 4. Encontre a distância entre as retas r e s:

$$r : \frac{x+1}{2} = y = z - 2$$

$$s : \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 \\ z = 3 + 3t \end{cases}$$

Exercício 5. Determine a equação geral do plano π paralelo a reta $r : X = (2,0,1) + t(1,1,2)$ contendo a reta $s : x - 1 = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.

Exercício 6. Considere as retas $r : X = (-1,2,9) + t(-1,1,3)$ e

$$s : \begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$$

(a) Encontre o ponto de intersecção P das retas r e s.

(b) Escreva a equação na forma simétrica da reta por P paralela ao vetor $\mathbf{v} = (1,2,1)$.