

# GEOMETRIA ANALÍTICA: PROVA RECUPERAÇÃO

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

## IMPORTANTE:

- Escolham 5 das 6 questões abaixo, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- Considere ortonormais os sistemas de coordenadas usados nos exercícios abaixo.

	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
sen	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$
cos	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$

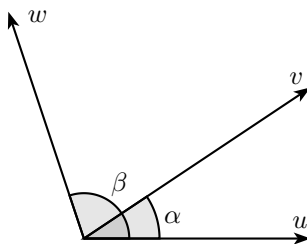
## EXERCÍCIOS

**Exercício 1.** Considere um sistema cartesiano de coordenadas no qual os vértices de um triângulo  $ABC$  são dados por  $A = (2, 0, 1)$ ,  $B = (1, 2, 0)$  e  $C = (0, 1, 1)$ .

- (a) Determine o cosseno do ângulo entre  $\vec{CA}$  e  $\vec{CB}$ .  
(b) Encontre um vetor que é perpendicular a  $\vec{CA}$  e  $\vec{CB}$ .

**Resolução:** (a)  $\cos \theta = 1/\sqrt{15}$   
(b)  $\mathbf{n} = (1, 2, 3)$

**Exercício 2.** Dados os vetores  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v}$ ,  $\mathbf{w}$  como na figura abaixo, escreva o vetor  $\mathbf{w}$  em função de  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{v}$ :



Dados:

- $\|\mathbf{u}\| = 3$ ,  $\|\mathbf{v}\| = 2$ ,  $\|\mathbf{w}\| = 3$ ;
- $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$ .

**Resolução:**

$$\mathbf{w} = -2\mathbf{u} + (3\sqrt{3}/2)\mathbf{v}$$

**Exercício 3.** Encontre a equação do círculo contendo os pontos  $A = (2, 2)$ ,  $B = (4, -2)$  e  $C = (-5, 1)$ , identificando seu raio e centro.

**Resolução:**

$$(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

**Exercício 4.** (a) Encontre equações paramétricas da reta:

$$r : \begin{cases} x - z = 1 \\ 2x + 3y - 2z = 5 \end{cases}$$

(b) Mostre que  $r$  está contida no plano  $\pi : -x + 5y + z = 4$ .

**Resolução:**

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1z = t \end{cases}$$

Observe que  $(1, 1, 0)$  e  $(2, 1, 1)$  que são pontos da reta satisfazem a equação do plano.

**Exercício 5.** Parametrize usando um sistema de coordenadas cartesiano a região limitada pelo triângulo de vértices  $A = (1, 0)$ ,  $B = (5, 0)$ ,  $C = (8, 3)$ . Descreva tal região usando a notação de integral que descreve a área do triângulo.

**Resolução:**

$$\int_1^5 \int_0^{(3/7)(x-1)} dy dx + \int_5^8 \int_{x-5}^{(3/7)(x-1)} dy dx.$$

**Exercício 6.** (a) Mostre que as retas

$$r : (1, 2, 3) + (2, 0, 1)t \quad \text{e} \\ s : x - 1 = y = \frac{z + 2}{3}$$

são coplanares.

(b) Determine a equação geral do plano que contém tais retas.

**Resolução:** (a) Observe que  $(2, 0, 1)$ ,  $(1, 1, 3)$  e  $(0, 2, 5)$  são LD.

(b)  $x + 5y - 2z = 5$