

GEOMETRIA ANALÍTICA: CÔNICAS

MUDANÇA DE COORDENADAS

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

IMPORTANTE:

- Assuma bases ortonormais e sistemas de coordenadas cartesianos.

EXERCÍCIOS

Exercício 1. Elimine, quando possível, os termos de primeiro grau fazendo uma translação apropriada do sistema de coordenadas:

- $x^2 + y^2 - 6x - 4y - 3 = 0$,
- $9x^2 - 4y^2 - 18x - 16y - 7 = 0$,
- $4x^2 - 24xy + 11y^2 + 56x - 58y + 95 = 0$,
- $16x^2 - 24xy + 9y^2 - 85x - 30y + 175 = 0$,
- $8x^2 - 2xy + 8y^2 + 46x - 10y + 11 = 0$,
- $4x^2 - 3y^2 + 24x - 12y + 17 = 0$,
- $3x^2 - 2xy + 3y^2 + 2\sqrt{2}x - 6\sqrt{2}y + 2 = 0$,
- $6x^2 - 4xy + 9y^2 - 20x - 10y - 5 = 0$,
- $12x^2 + 8xy - 3y^2 + 64x + 30y = 0$,
- $4x^2 - 4xy + y^2 - 8\sqrt{5}x - 16\sqrt{5}y = 0$.

Exercício 2. Continue a simplificação do Exercício 1 eliminando, agora, o termo misto por meio de uma rotação do sistema de coordenadas.

Resolução:

Equações totalmente simplificadas:

- $x'^2 + y'^2 = 16$
- $9x'^2 - 4y'^2 = 0$.
- $20x'^2 - 5y'^2 + 20 = 0$ ou $-5x'^2 + 20y'^2 + 20 = 0$.
- $y'^2 - 3x' + 2y' + 7 = 0$ (Não é possível simplificar via translação). Complete quadrado para chegar em $y''^2 - 3x'' = 0$.
- $7x'^2 + 9y'^2 - 63 = 0$.
- $4x'^2 - 3y'^2 - 7 = 0$.
- $x'^2 + 2y'^2 - 2 = 0$.
- $x'^2 + 2y'^2 - 6 = 0$.
- $13x'^2 - 4y'^2 - 81 = 0$.
- $y'^2 = 8x'$.

Exercício 3. Identifique as curvas dos exercícios anteriores e esboce seus gráficos. Encontre, quando possível, raio, distância focal, comprimento dos eixos, etc...

Resolução:

Curvas:

- Círculo.
- Ponto.
- Hipérbole.
- Parábola.
- Elipse.
- Hipérbole.
- Elipse.
- Elipse.
- Hipérbole.
- Parábola.