GEOMETRIA ANALÍTICA: PROVA SUBSTITUTIVA
TURMA E
(TIPO A)

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

IMPORTANTE:

- Escolham 4 das 6 questões abaixo, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- **Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de número** 1 **a** 4**.** Nesse caso, os exercícios 5 e 6, mesmo que corretamente resolvidos, serão completamente ignorados durante a correção desta prova.
- Considere ortogonais os sistemas de coordenadas usados nos exercícios.
- Boa Prova!

Exercício 1 (2,5). Sejam $\vec{a}$ e $\vec{b}$ dois vetores linearmente independentes de V^3. Considere um quadrilátero $ABCD$ tal que $\overrightarrow{AB} = 3\vec{b}$, $\overrightarrow{DC} = 2\vec{b}$ e $\overrightarrow{BC} = \vec{a}$.

(a) (0,5) Que tipo de quadrilátero é $ABCD$? Explique.

(b) (1,0) Sendo M o ponto médio do segmento BC, escreva $\overrightarrow{AM}$ em função de $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

(c) (1,0) Seja E o ponto de intersecção de AM com a diagonal BD. Calcule $\overrightarrow{BE}$ em função de $\vec{a}$ e $\vec{b}$.

Exercício 2 (2,5)**.** Sejam $A = (-2, 0, 1)$, $B = (-1, 1, 1)$ e $C = (0, 3, 0)$

(a) (1,0) Encontre o cosseno do ângulo entre $\overrightarrow{AB}$ e $\mathbf{AC}$.

(b) (1,5) Encontre a projeção de $\overrightarrow{AB}$ sobre $\mathbf{AC}$.

Exercício 3 (2,5)**.** Considere os vetores $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ tais que $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \times \mathbf{c} = 3$ calcule $(\mathbf{a} + \mathbf{3b}) \cdot (\mathbf{2a} + \mathbf{b}) \times (\mathbf{a} + \mathbf{3b} + \mathbf{c})$.

[Lembre-se que $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \times \mathbf{c} = \mathbf{a} \times \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$]

Exercício 4 (2,5)**.** Simplifique a equação

$$2x^2 + 6xy + 10y^2 - 11 = 0,$$

eliminando o termo misto. Identifique a cônica encontrada.

Exercício 5 (2,5)**.** Escreva uma equação geral do plano perpendicular ao plano $2x - z + 1 = 0$, paralelo a reta

$$r: \ 3x = \frac{y-2}{2} = z$$

e passando por $P = (0, 0, 0)$.

Exercício 6 (2,5)**.** Considere a esfera $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 4 = 0$.

(a) (1,0) Encontre equações paramétricas da reta r que passa pelo centro da esfera e que é paralela a $\mathbf{v} = (1, 1, 0)$.

(b) (0,5) Encontre os dois pontos de intersecção de r com a esfera.

(c) (1,0) Escreva equações gerais dos dois planos tangentes a esfera nos pontos encontrados em (b).