GRUPOS - PROVA 1

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

- Escolham 5 das 6 questões abaixo, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- **Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de número** 1 **a** 5**.** Nesse caso, o exercício 6, mesmo que corretamente resolvido, será completamente ignorado durante a correção desta prova.
- A nota final desta prova será o mínimo entre $10,0$ e a pontuação obtida nas questões, ou seja, não é possível ter nota acima de $10,0$ pontos.
- Boa Prova!

Exercício 1 (2,0)**.** Mostre que um subconjunto não-vazio H de um grupo G é subgrupo de G se e somente se $ab^{-1} \in H$ para todos $a, b \in H$.

Exercício 2 (2,0)**.** Encontre todos os subgrupos dos grupos dados e desenhe os "*lattice diagrams*" para os subgrupos.

(a) (1,0) $\mathbb{Z}_{18}$
(b) (1,0) $\mathbb{Z}_8$

Exercício 3 (2,0)**.** Sejam G um grupo e H um subgrupo de G. Para $a, b \in G$, mostre que:

(a) (1,0) $Ha = Hb$ se e somente se $Hab^{-1} = H$;
(b) (1,0) Se $aH = Hb$, então $b \in Ha$.

Exercício 4 (2,5)**.** Seja G um grupo com no mínimo dois elementos e que não possui um subgrupo próprio não-trivial. Mostre que:

(a) (0,8) G é cíclico;
(b) (0,7) G ter ordem n finita;
(c) (1,0) n deve ser um número primo.

Exercício 5 (2,5)**.** Mostre que um grupo cíclico finito de ordem n tem exatamente um subgrupo de cada ordem d dividindo n, e que esses são todos os subgrupos possíveis.

Exercício 6 (2,0)**.** (a) (1,0) Encontre as órbitas da seguinte permutação, e a escreva como produto de ciclos disjuntos e como produto de transposições:

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 7 & 6 \end{pmatrix},$$

(b) (1,0) Escreva a permutação $\mu = (1, 4, 2)(2, 5, 7)(1, 3)$ em $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ com a notação usual para permutações (de modo semelhante ao usado para representar ρ em (a)).

Centro de Matemática, Computação e Cognição,
Universidade Federal do ABC
E-mail address: sinue@ufabc.edu.br
URL: http://sinue.ufabc.edu.br/