

GRUPOS - PROVA 1

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

- Escolham 5 das 6 questões abaixo, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- **Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de número 1 a 5.** Nesse caso, o exercício 6, mesmo que corretamente resolvido, será completamente ignorado durante a correção desta prova.
- A nota final desta prova será o mínimo entre 10,0 e a pontuação obtida nas questões, ou seja, não é possível ter nota acima de 10,0 pontos.
- Boa Prova!

Exercício 1 (2,0). Mostre que, se H e K são subgrupos de um grupo abeliano G , então

$$\{hk \mid h \in H \text{ e } k \in K\}$$

é subgrupo de G .

Exercício 2 (2,0). Encontre todos os subgrupos dos grupos dados e desenhe os “*lattice diagrams*” para os subgrupos.

- (a) (1,0) \mathbb{Z}_{18}
- (b) (1,0) \mathbb{Z}_8

Exercício 3 (2,0). Sejam G um grupo e H um subgrupo de G . Para $a, b \in G$, mostre que:

- (a) (1,0) $Ha = Hb$ se e somente se $Hab^{-1} = H$;
- (b) (1,0) Se $aH = Hb$, então $b \in Ha$.

Exercício 4 (2,5). Seja G um grupo com no mínimo dois elementos e que não possui um subgrupo próprio não-trivial. Mostre que:

- (a) (0,8) G é cíclico;
- (b) (0,7) G ter ordem n finita;
- (c) (1,0) n deve ser um número primo.

Exercício 5 (2,5). (a) (1,0) Mostre que um subgrupo H de um grupo G cíclico é cíclico; (b) (1,5) Mostre que um grupo cíclico finito de ordem n tem exatamente um subgrupo de cada ordem d dividindo n , e que esses são todos os subgrupos possíveis.

Exercício 6 (2,0). (a) (1,0) Encontre as órbitas da seguinte permutação, e a escreva como produto de ciclos disjuntos e como produto de transposições:

$$\rho = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 & 7 & 6 \end{pmatrix},$$

- (b) (1,0) Escreva a permutação $\mu = (1, 4, 2)(2, 5, 7)(1, 3)$ em $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ com a notação usual para permutações (de modo semelhante ao usado para representar ρ em (a)).

CENTRO DE MATEMÁTICA, COMPUTAÇÃO E COGNIÇÃO,
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC
E-mail address: sinue@ufabc.edu.br
URL: <http://sinue.ufabc.edu.br/>