GRUPOS - PROVA 2

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

- Escolham 5 das 6 questões abaixo, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- **Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de número 1 a 5.** Nesse caso, o exercício 6, mesmo que corretamente resolvido, será completamente ignorado durante a correção desta prova.
- Boa Prova!

Exercício 1 (2,0)**.** Mostre que se G é um grupo finito com subgrupo próprio de índice 2, então G não é simples.

Exercício 2 (2,0)**.** Classifique os seguintes grupos usando o teorema fundamental dos grupos abelianos finitamente gerados:
(a) (1,0) $(\mathbb{Z}_4 \times \mathbb{Z}_6)/ < (2,3) >$
(b) (1,0) $(\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}_4)/ < (3,0,0) >$

Exercício 3 (2,0)**.** Mostre que se G é não-abeliano, então $G/Z(G)$ é não cíclico.

Exercício 4 (2,0)**.** Seja $< G, \cdot >$ um grupo. Considere em G a operação binária $*$ dada por:

$$a * b = b \cdot a$$

para $a, b \in G$. Mostre que $< G, * >$ é isomorfo a $< G, \cdot >$.

Exercício 5 (2,0)**.** Prove que se um grupo abeliano finito tem ordem potência de um primo p, então a ordem de todo elemento no grupo é uma potência de p. A hipótese de comutatividade pode ser omitida? Por quê?

Exercício 6 (2,0)**.** Mostre que todo grupo de ordem 45 tem subgrupo normal de ordem 9.

Centro de Matemática, Computação e Cognição,
Universidade Federal do ABC
E-mail address: sinue@ufabc.edu.br
URL: http://sinue.ufabc.edu.br/