

INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

PROVA 2: TIPO 1A

IMPORTANTE:

- Escolham 4 exercícios entre os exercícios de 1 a 5, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de 1 a 4.
- Celulares, tablets e calculadoras com memória interna e fórmulas (HP) são proibidos.
- Respostas sem justificacão e apresentacão de contas intermediárias serão consideradas erradas (não colocar apenas a resposta decimal).

- (1) Geométrica: $P\{X = k\} = p(1-p)^{k-1}$
- (2) Binomial: $P\{X = k\} = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$.
- (3) Poisson: $P\{X = k\} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$.
- (4) Normal: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$.
- (5) Exponencial: $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$

- Teorema do Limite Central:

$$Y = \frac{X_1 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$$

- Função distribuição cumulativa normal padrão $\phi(x)$:

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916

EXERCÍCIOS

Exercício 1. Uma urna contém inicialmente uma bola vermelha e uma bola azul. Em cada rodada uma bola é sorteada e então substituída por outra de mesma cor. Suponha que X represente o número da rodada em que a primeira bola azul é selecionada.

- Determine $P\{X \geq i\}$, $i \geq 1$.
- Mostre que, com probabilidade 1, uma bola azul acabará sendo escolhida (isto é, que $P\{X < \infty\} = 1$).

Exercício 2. Certa agência de digitação emprega dois digitadores. O número médio de erros por artigo é de 3 quando este é digitado pelo primeiro digitador e 4,2 quando digitado pelo segundo. Se o seu artigo tem a mesma probabilidade de ser digitado por qualquer um dos digitadores, obtenha uma aproximação para a probabilidade de que ele contenha 2 erros ou menos.

Exercício 3. A variável aleatória X tem função densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Se $E[X] = 3/4$, determine:

- Os coeficientes a e b ;
- $Var(X)$.

Exercício 4. Uma companhia de seguros tem 10.000 carros segurados. O valor esperado reclamado por cada segurado em um ano é R\$ 240,00, com um desvio padrão de R\$ 1600,00. Obtenha uma aproximação (via Teorema do Limite Central) para a probabilidade de que o total reclamado em um ano supere R\$ 2,7 milhões.

Exercício 5. Numa sala com 10 alunos foi realizada uma prova onde as notas de cada aluno estão descritas na tabela seguinte:

Aluno	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nota	5,0	6,0	5,0	3,5	7,0	6,0	1,5	2,0	8,5	9,5

Calcule, indicando as contas realizadas:

- a taxa média μ e a taxa modal,
- o desvio padrão σ (da população),
- os quartis Q_1 , Q_2 e Q_3 e o intervalo interquartil IQR .
- Utilizando os pontos $(Q_1 - 1,5IQR)$ e $(Q_3 + 1,5IQR)$ como referência, identifique a presença de *outliers*.