

INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

PROVA 2: TIPO 1B

IMPORTANTE:

- Escolham 4 exercícios entre os exercícios de 1 a 5, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de 1 a 4.
- Celulares, tablets e calculadoras com memória interna e fórmulas (HP) são proibidos.
- Respostas sem justificacão e apresentacão de contas intermediárias serão consideradas erradas (nã colocar apenas a resposta decimal).

- (1) Geométrica: $P\{X = k\} = p(1 - p)^{k-1}$
- (2) Binomial: $P\{X = k\} = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- (3) Poisson: $P\{X = k\} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$.
- (4) Normal: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$.
- (5) Exponencial: $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$

- Teorema do Limite Central:

$$Y = \frac{X_1 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$$

- Funçãõ distribuiçãõ cumulativa normal padrãõ $\phi(x)$:

| | | | | | | | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| x | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |

EXERCÍCIOS

Exercício 1. A variável aleatória X tem funçãõ densidade de probabilidade

$$f(x) = \begin{cases} ax^4 + bx^2 & \text{se } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Se $E[X] = 5/6$, determine:

- (1) Os coeficientes a e b ;
- (2) $Var(X)$.

Exercício 2. Numa sala com 10 alunos foi realizada uma prova onde as notas de cada aluno estãõ descritas na tabela seguinte:

| | | | | | | | | | | |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|------|-----|------|-----|-----|
| Aluno | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nota | 7,0 | 6,0 | 5,0 | 8,5 | 7,0 | 10,0 | 1,0 | 10,0 | 8,5 | 9,5 |

Calcule, indicando as contas realizadas:

- a taxa média μ e a taxa modal,
- o desvio padrãõ σ (da populaçãõ),
- os quartis Q_1 , Q_2 e Q_3 e o intervalo interquartil IQR .
- Utilizando os pontos $(Q_1 - 1, 5IQR)$ e $(Q_3 + 1, 5IQR)$ como referênciã, identifique a presençã de *outliers*.

Exercício 3. Uma companhia de seguros tem 10.000 carros segurados. O valor esperado reclamado por cada segurado em um ano é R\$ 265,00, com um desvio padrãõ de R\$ 2600,00. Obtenha uma aproximaçãõ (via Teorema do Limite Central) para a probabilidade de que o total reclamado em um ano supere R\$ 2,7 milhões.

Exercício 4. Certa agênciã de digitaçãõ emprega dois digitadores. O nũmero médio de erros por artigo é de 3,6 quando este é digitado pelo primeiro digitador e 4,4 quando digitado pelo segundo. Se o seu artigo tem a mesma probabilidade de ser digitado por qualquer um dos digitadores, obtenha uma aproximaçãõ para a probabilidade de que ele contenha 2 erros ou menos.

Exercício 5. Uma urna contém inicialmente duas bolas vermelhas e uma bola azul. Em cada rodada uma bola é sorteada e entãõ substituída por outra de mesma cor. Suponha que X represente o nũmero da rodada em que a primeira bola azul é selecionada.

- Determine $P\{X \geq i\}$, $i \geq 1$.
- Mostre que, com probabilidade 1, uma bola azul acabarã sendo escolhida (isto é, que $P\{X < \infty\} = 1$).