

INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

PROVA 2: TIPO 2B

IMPORTANTE:

- Escolham 4 exercícios entre os exercícios de 1 a 5, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de 1 a 4.
- Celulares, tablets e calculadoras com memória interna e fórmulas (HP) são proibidos.
- Respostas sem justificacão e apresentacão de contas intermediárias serão consideradas erradas (não colocar apenas a resposta decimal).

- (1) Geométrica: $P\{X = k\} = p(1 - p)^{k-1}$
- (2) Binomial: $P\{X = k\} = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$.
- (3) Poisson: $P\{X = k\} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!}$.
- (4) Normal: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}$.
- (5) Exponencial: $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$

- Teorema do Limite Central:

$$Y = \frac{X_1 + \dots + X_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}$$

- Função distribuição cumulativa normal padrão $\phi(x)$:

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916

EXERCÍCIOS

Exercício 1. Um ponto é escolhido aleatoriamente em um segmento de reta de comprimento L .

- Descreva a variável aleatória X exibindo a função densidade de probabilidade.
- Determine a probabilidade de que a relação entre o segmento mais curto e o mais longo seja menor que $1/3$.

Exercício 2. A moeda 1 dá cara com probabilidade 0,3; a moeda 2 tem probabilidade 0,6 de dar cara. Uma dessas moedas é escolhida aleatoriamente e jogada 10 vezes.

- Qual a probabilidade de que a moeda dê cara em exatamente 7 das 10 jogadas?
- Dado que após os lançamentos da moeda ocorreu cara em exatamente 7 das 10 jogadas, qual a probabilidade condicional de termos lançado a moeda 2?

Exercício 3. Uma pessoa tem 20 tarefas a serem realizadas em sequência. O tempo médio necessário para cada tarefa são variáveis aleatórias independentes identicamente distribuídas com média de 50 minutos e desvio padrão de 10 minutos. Qual a probabilidade aproximada (via Teorema do Limite Central) de que tal pessoa termine suas tarefas em menos de 920 minutos?

Exercício 4. Foi realizada uma pesquisa entre os membros de um grupo de 10 pessoas a respeito do gasto mensal médio com o celular de cada um. Os dados coletados estão descritos na tabela seguinte:

Pessoa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto (R\$)	21,00	33,00	110,00	21,00	40,00	29,00	33,00	30,00	32,00	51,00

Calcule, indicando as contas realizadas:

- a taxa média μ e a taxa modal,
- o desvio padrão σ (da população),
- os quartis Q_1 , Q_2 e Q_3 e o intervalo interquartil IQR .
- Utilizando os pontos $(Q_1 - 1,5IQR)$ e $(Q_3 + 1,5IQR)$ como referência, identifique a presença de *outliers*.

Exercício 5. Uma urna contém 18 bolas brancas e 6 pretas. As bolas são selecionadas aleatoriamente, uma de cada vez, até que saia uma bola preta. Se supormos que cada bola selecionada seja colocada de volta na urna antes que a próxima bola seja retirada, qual a probabilidade de tirarmos a bola preta em menos de 15 retiradas?