

INTRODUÇÃO À PROBABILIDADE E ESTATÍSTICA

PROVA SUBSTITUTIVA: TIPO 1A

IMPORTANTE:

- Escolham 4 exercícios entre os exercícios de 1 a 5, indicando sua escolha no início da prova (abaixo do nome).
- Na ausência da apresentação da escolha serão corrigidos APENAS os exercícios de 1 a 4.
- Celulares, tablets e calculadoras com memória interna e fórmulas (HP) são proibidos.
- Respostas sem justificativa e apresentação de contas intermediárias serão consideradas erradas (não colocar apenas a resposta decimal).

Função Distribuição Cumulativa Normal

x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767

EXERCÍCIOS

Exercício 1. Considere um círculo γ e $P \in \gamma$. Imagine que em P prendemos uma agulha que gira livremente em torno de P . Seja t a reta tangente a γ em P e \overline{PO} a corda formada pela intersecção da reta que contém a agulha com γ . Considere θ o ângulo entre t e \overline{PO} ($0 < \theta < 180^\circ$).

- Descreva a função densidade de probabilidade da variável X que mede θ ao girarmos a agulha (e deixarmos ela parar aleatoriamente como numa roleta).
- Qual a probabilidade de que o comprimento da corda seja maior que o lado do triângulo equilátero inscrito em γ ?

Exercício 2. Ao arrumar uma árvore de Natal uma pessoa considera um conjunto de lâmpadas satisfatório se não existem duas lâmpadas consecutivas queimadas. Supondo que a posição das lâmpadas no fio sejam igualmente prováveis, se um conjunto de 15 lâmpadas possui exatamente 5 lâmpadas queimadas qual a probabilidade desse conjunto ser satisfatório para a decoração?

Exercício 3. Um importante resultado da teoria de probabilidade, diz que, quando n é grande, uma variável aleatória binomial com parâmetros n e p tem aproximadamente a mesma distribuição que uma variável aleatória normal com média e variância iguais àquelas da distribuição binomial.

O tamanho ideal de uma turma de primeiro ano em uma faculdade particular é de 150 alunos. A faculdade, sabendo que, em média, apenas 30% dos alunos aceitos vão de fato seguir o curso, usa-se a prática de aprovar os pedidos de matrícula de 450 estudantes. Se X representa o número de estudantes que seguem o curso, estime $P\{X \geq 150, 5\}$.

Exercício 4. Uma caixa contém 3 tipos de lanternas descartáveis. A probabilidade de que uma lanterna do tipo 1 funcione por mais de 100 horas é igual a 0,7, e as probabilidades referentes às lanternas de tipo 2 e 3 correspondem, respectivamente, a 0,4 e 0,3. Suponha que 20% das lanternas na caixa sejam do tipo 1, 30% do tipo 2, e 50% do tipo 3.

- Qual a probabilidade de que uma lanterna aleatoriamente escolhida funcione mais que 100 horas?
- Dado que uma lanterna tenha durado mais de 100 horas, qual é a probabilidade condicional de que ela seja do tipo 3?

Exercício 5. Um baralho usual possui 52 cartas divididas em 4 naipes de 13 cartas numeradas. Uma mão de poker é constituída de 5 cartas aleatoriamente sorteadas do baralho.

- Calcule a probabilidade de se obter um “Full House”, ou seja uma mão formada por três cartas com o mesmo valor numérico e duas com um valor distinto das três primeiras, mas iguais entre si (Ex.: $8\clubsuit 8\spadesuit 8\heartsuit 4\diamond 4\heartsuit$).
- Se você quiser que a probabilidade de tirar um “Full House” dentro de n retiradas independentes seja pelo menos 50%, então quantas retiradas devem ser feitas?