

MA13 - GEOMETRIA

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

LISTA DE EXERCÍCIOS

Referências - [4] ou [3], [2], [5], [1].

Exercício 1. Enunciar todos os axiomas de Hilbert, isto é:

- Axiomas de Incidência;
- Axiomas de Ordem;
- Axiomas de Congruência;
- Axiomas de Completude;
- Axioma de Paralelismo.

Exercício 2. Demonstrar, sem o uso dos axiomas de Completude e Paralelismo os seguintes casos de congruência de triângulos:

- (a) ALA;
- (b) LLL;
- (c) LAA.

Exercício 3. Demonstrar, sem o uso do axioma de Paralelismo que a soma dos ângulos internos de um triângulo é menor ou igual a 180° .

Exercício 4. Ainda sem usar o axioma de Paralelismo, mostre que se existe um triângulo cuja soma dos ângulos internos é 180° , então todo e qualquer triângulo tem a soma dos ângulos internos igual a 180° .

Obs.: *Este resultado nos leva a conclusão de que, na geometria hiperbólica, todo triângulo tem soma dos ângulos internos menor que 180° .*

REFERÊNCIAS

- [1] O. A. Belyaev. Fundamentals of Geometry. <http://polly.phys.msu.ru/~belyaev/geometry.pdf>. [Online; accessed 14-October-2015].
- [2] M. Greenberg. *Euclidean and Non-Euclidean Geometries: Development and History*. W. H. Freeman, 2008.
- [3] D. Hilbert. The Foundations of Geometry. <http://www.gutenberg.org/ebooks/17384>. [Online; accessed 14-October-2015].
- [4] D. Hilbert. *Fundamentos da geometria*. Gradiva, 2003.
- [5] A. Ramsay and R. Richtmyer. *Introduction to Hyperbolic Geometry*. Ecological Studies. Springer, 1995.