

Lista 9 - Geometria Analítica

Regiões do Plano

Considere nos exercícios abaixo a seguinte notação usada para descrever regiões do plano em coordenadas cartesianas:

$$\begin{cases} a < x < b \\ g(x) < y < f(x) \end{cases} \iff \int_a^b \int_{g(x)}^{f(x)} dy dx \quad (0.1)$$

$$\begin{cases} a < y < b \\ g(y) < x < f(y) \end{cases} \iff \int_a^b \int_{g(y)}^{f(y)} dx dy \quad (0.2)$$

Considere também a seguinte notação usada para descrever regiões do plano em coordenadas polares:

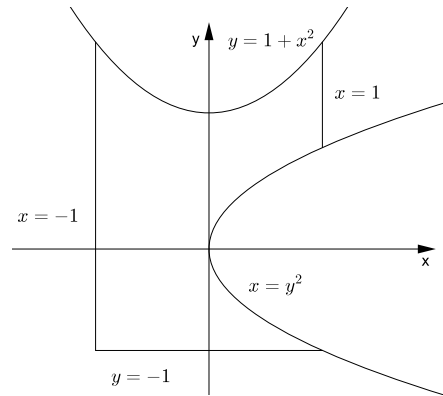
$$\begin{cases} \alpha < \theta < \beta \\ g(\theta) < r < f(\theta) \end{cases} \iff \int_\alpha^\beta \int_{g(\theta)}^{f(\theta)} r dr d\theta \quad (0.3)$$

1 — Esboce as regiões descritas abaixo:

- $\int_1^2 \int_{-1}^3 dy dx$
- $\int_0^1 \int_0^{2x} dy dx$
- $\int_0^1 \int_{2x}^2 dy dx$
- $\int_0^2 \int_{\frac{1}{2}y}^1 dx dy$
- $\int_1^2 \int_0^{\log x} dy dx$
- $\int_{-3}^3 \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} dy dx$
- $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} dy dx$
- $\int_{-2}^2 \int_0^{\sqrt{1-\frac{x^2}{4}}} dy dx$

2 — Descreva as regiões abaixo de dois modos diferentes usando a notação para coordenadas cartesianas descrita acima:

- Região limitada pelos eixos coordenados Ox e Oy e a reta $y + 2x = 4$
- Região limitada pelas parábolas $x = y^2 - 1$ e $x = 2y^2 + 3$.
- Região dentro da elipse $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.
- Região acima do eixo Ox à direita do eixo Oy e entre os círculos $x^2 + y^2 = 4$ e $x^2 + y^2 = 9$.
- Região limitada da figura abaixo:



3 — Inverta a notação de (0.1) para (0.2) ou (0.2) para (0.1) nos itens do Exercício 1.

4 — Esboce as regiões descritas abaixo usando coordenadas polares:

a) $\int_0^{2\pi} \int_0^2 r dr d\theta$.

b) $\int_0^{2\pi} \int_1^2 r dr d\theta$.

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 r dr d\theta$.

5 — Use coordenadas polares para descrever as regiões abaixo:

a) Anel centrado na origem de raio interno 2 e raio externo 4

b) Parte do anel centrado na origem de raio interno 1 e raio externo 2, localizada no primeiro quadrante.

c) Parte do anel centrado na origem de raio interno 1 e raio externo 2, localizada no primeiro quadrante, entre o eixo Oy e a reta $y = x$.