

Lista 2 - Geometria não Euclideana

Geometria Neutra

1 — Mostre que se duas alturas de um triângulo são congruentes, o triângulo é isósceles.

2 — Mostre que num triângulo isósceles ABC com base BC a mediana desde o vértice A desse triângulo coincide com a bissetriz do triângulo correspondente ao vértice A

3 — Demonstre que a soma dos comprimentos das diagonais de um quadrilátero é maior que a soma dos comprimentos dos lados.

4 — Mostre que uma curva $C : [a, b] \rightarrow \mathbb{P}$ é uma reta se e somente se para $a \leq s \leq t \leq b$ tivermos:

$$|C(s)C(t)| = t - s$$

5 — Mostre que os seguintes critérios implicam na congruência dos quadriláteros $ABCD$ e $A'B'C'D'$

a) (SASAS) $|AB| = |A'B'|$ $\angle B = \angle B'$ $|BC| = |B'C'|$ $\angle C = \angle C'$ $|CD| = |C'D'|$

b) (ASASA) $\angle A = \angle A'$ $|AB| = |A'B'|$ $\angle B = \angle B'$ $|BC| = |B'C'|$ $\angle C = \angle C'$

c) (SASAA) $|AB| = |A'B'|$ $\angle B = \angle B'$ $|BC| = |B'C'|$ $\angle C = \angle C'$ $\angle D = \angle D'$

Existem outros critérios?

6 — Para um quadrilátero de Saccheri mostre que o bissetor perpendicular do lado BC também bissecta o lado AD perpendicularmente.

7 — Mostre que se duas retas orientadas l e m se interceptam então a distância de um ponto P em l a m cresce quando a coordenada $x(P)$ cresce.

8 — Mostre as seguintes proposições:

a) Seja γ um círculo de centro O , e sejam A e B dois pontos em γ . Seja M o ponto médio da corda AB . Se $M \neq O$, então \overrightarrow{OM} é perpendicular a \overleftrightarrow{AB} .

b) Seja AB corda do círculo γ de centro O . Mostre que a mediatriz de AB passa por O .

9 — Mostre:

- a) (*Tales*) Na geometria Euclideana, um ângulo inscrito num semi-círculo é reto.
- b) Na geometria Neutra, o fato de um ângulo inscrito num semi-círculo ser reto é equivalente a existência de um triângulo com defeito zero.