

IEDO: MODELOS DE PRIMEIRA ORDEM

EXERCÍCIOS

Exercício 1. Suponha que numa dada região a população de ratos se reproduza de modo que em um mês cada casal de ratos tem 2 filhos. Suponha também que na população exista o mesmo número de ratos machos e fêmeas. Imagine por fim que as corujas dessa região matem uma quantidade fixa de ratos por mês. Sabendo que no início dos estudos a região contava com 130 ratos e no final de $(\ln 4)$ mês ($\sim 1,39$ mês) havia 400 ratos na região, responda:

- (a) Quantos ratos as corujas comem em média por mês?
- (b) Qual a população de ratos ao final de 1 ano?

Exercício 2. Um tanque contém 100 litros de fluido nos quais 10 g de sal são dissolvidos. Uma mistura de água com sal na concentração de 1g/L é bombeada para dentro do tanque a uma taxa de 4 litros por minuto. O conteúdo do tanque é agitado de modo a atingir uma concentração uniforme em todo o seu volume e, então, a mistura é então drenada a mesma taxa de 4 litros por minuto.

- (a) Quantos gramas de sal haverá após 1 hora?
- (b) Para quantos gramas de sal a solução tende se fizermos o tempo tender a $+\infty$?
- (c) Quanto tempo levará até que a concentração do tanque atinja, 0,4g/L?

Exercício 3. Um tanque com capacidade para 160 litros tem inicialmente 100 litros de fluido nos quais 10 g de sal são dissolvidos. Água pura é bombeada para dentro do tanque a uma taxa de 6 litros por minuto. A mistura é então drenada a uma taxa de 4 litros por minuto. Descubra quantos gramas de sal haverá no tanque quando ele atingir sua capacidade máxima.

Exercício 4. Suponha que uma determinada poupança renda mensalmente 1%. Uma determinada pessoa, a partir da abertura de sua poupança, deposita R\$800,00 mensalmente em sua conta. Suponha que o juros seja calculado de modo contínuo sobre o dinheiro investido.

- (a) Qual o dinheiro acumulado ao final de 2 anos?
- (b) Quanto tempo será necessário para que essa pessoa possa comprar um carro no valor de R\$ 32.000,00? Nesse caso qual o valor total investido pela pessoa?

Exercício 5. Uma certa pessoa pretende comprar um carro no valor de R\$ 32.000,00. Para tal esta pessoa recorre a uma agência financeira que cobra um juros mensal de 1%. Sabendo que tal pessoal dispõe mensalmente de R\$ 800,00 para o pagamento do carro e que a taxa de juros é cobrada continuamente, quanto tempo esta pessoa demorará para quitar sua dívida? Qual será o valor total gasto pela pessoa?

Exercício 6. Um novo produto é introduzido no mercado através de uma campanha publicitária cujo alvo são os N_0 habitantes de uma cidade X . A taxa com que a população fica sabendo sobre o produto é proporcional ao número de pessoas que ainda não ouviram falar sobre o produto. Supondo que, ao um de dois anos, metade da população tenha ouvido falar sobre o produto, qual será a fração da população que terá ouvido falar sobre o produto ao fim de quatro anos?

Exercício 7. Suponha que falem 3 horas para um estudante fazer um exame e durante esse tempo ele deseja memorizar um conjunto de 60 fatos. De acordo com os psicólogos, a taxa segundo a qual uma pessoa pode memorizar um conjunto de fatos é proporcional ao número de fatos que restam para ser memorizados. Suponha que inicialmente nenhum fato tenha sido memorizado. Se o estudante memoriza 15 fatos nos primeiros 20 minutos, quantos fatos ele irá memorizar em uma hora.

Exercício 8. O modelo de Bertalanffy para o crescimento de peixes afirma que a crescimento do peso de um peixe é proporcional à área de sua superfície externa (anabolismo) e seu decaimento é proporcional à energia consumida (catabolismo). Considere que a energia consumida é proporcional ao peso do peixe e que o peso é proporcional ao volume do peixe.

- (a) Escreva a EDO que modela o problema.
- (b) Mostre que a equação encontrada é uma equação de Bernoulli.
- (c) Resolva a EDO e encontre a equação que descreve o peso do peixe em função do tempo.

[O peso dependerá de duas constantes de proporcionalidade e uma constante de integração.]

- (d) Sabendo que o peso de uma determinada espécie tende a 8kg quando o tempo tende a infinito, o peso no instante 0 é 0, e que $p(3) = 8(1 - e^{-1})^3$, determine as duas constantes de proporcionalidade e a constante de integração.