

**MA22 - FUNDAMENTOS DE CÁLCULO: PROVA 2**  
**SANTO ANDRÉ**

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

**Exercício 1** (2,0). Esboce o gráfico da função  $f$  estudando seu crescimento, máximos e mínimos locais, concavidade e assíntotas (verticais e horizontais):

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

**Exercício 2** (2,0). (a) (1,0) Seja  $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua em  $[a, b]$  e derivável em  $(a, b)$  tal que  $f'(x) = 0$  para todo  $x \in (a, b)$ . Mostre que  $f$  é constante em  $[a, b]$ .

(b) (1,0) Seja  $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua. Mostre que quaisquer duas primitivas de  $g$  diferem de uma constante  $C \in \mathbb{R}$ .

**Resolução:** (a) Segue do Teorema do Valor Médio (Ver Proposição 22, Unidade 13) Obs: O fato de derivada positiva implicar função crescente é uma consequência do TVM e desse resultado.

(b) Se  $F_1$  e  $F_2$  são duas primitivas de  $g$  então  $(F_1 - F_2)' = 0$ . Use então (a).

**Exercício 3** (2,0). Integre as funções abaixo:

(a) (0,75)

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos^2 x dx$$

(b) (1,25)

$$\int \frac{x}{x^2 + 2x + 2}$$

**Resolução:** (a)  $\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{8}$

(b)  $\frac{1}{2} \log |x^2 + 2x + 2| - \arctan(x + 1) + C$

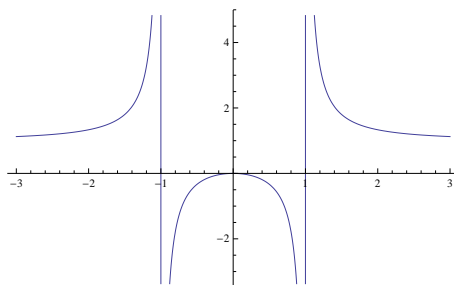


FIGURA 1. Exercício 1

**Exercício 4** (2,0). Considere as funções  $f, g : [1, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definidas por  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  e  $g(x) = \frac{1}{x}$ . Calcule o volume do sólido obtido rotacionando a região entre os gráficos das funções  $f$  e  $g$  ao longo do eixo  $Ox$  (trombeta infinita).

**Resolução:**

$$V = \frac{2\pi}{3}$$

**Exercício 5** (2,0). Encontre o comprimento dos lados do triângulo isósceles de maior área que pode ser inscrito num círculo de raio 1.

**Resolução:**

O problema de otimização mostra que o triângulo deve ser equilátero. Daí,  $l = \sqrt{3}$ .