

TOPOLOGIA 1 - LISTA 5

SINUÊ DAYAN BARBERO LODOVICI

1. AXIOMAS DA ENUMERABILIDADE

Exercício 1. Mostre que se X tem uma base enumerável $\{B_n\}$, então toda base \mathcal{C} pra X contém uma base enumerável para X . [Dica: Para cada par de índices n, m , quando possível, escolha $C_{n,m} \in \mathcal{C}$ tal que $B_n \subset C_{n,m} \subset B_m$.]

Exercício 2. Seja X uma base enumerável. Seja A um subconjunto não-enumerável de X . Mostre que A tem uma quantidade não-enumerável de pontos de acumulação de A .

Exercício 3. Mostre que todo espaço compacto metrizável X tem base enumerável. [Dica: Considere \mathcal{A}_n uma cobertura finita de X por $1/n$ -bolas.]

Exercício 4. Seja $f : X \rightarrow Y$ função contínua. Mostre que se X é Lindelöf, ou se X tem subconjunto enumerável denso, então $f(X)$ satisfaz a mesma condição.

Exercício 5. Mostre que se X é Lindelöf e Y é compacto, então $X \times Y$ é Lindelöf.

AXIOMAS DE SEPARAÇÃO

Exercício 6. Mostre que se X é regular, todo par de pontos de X têm vizinhanças cujos fechos são disjuntos.

Exercício 7. Mostre que se X é normal, todo par de fechados disjuntos de X têm vizinhanças cujos fechos são disjuntos.

Exercício 8. Mostre que todo espaço com topologia da ordem é regular.

Exercício 9. Mostre que um subespaço fechado de um espaço normal é normal.

Exercício 10. Mostre que todo espaço de Lindelöf regular é normal.

CENTRO DE MATEMÁTICA, COMPUTAÇÃO E COGNIÇÃO,
UNIVERSIDADE FEDERAL DO ABC
E-mail address: sinue@ufabc.edu.br
URL: <http://sinue.ufabc.edu.br/>